# CORRIGÉ BEPC 2004

## I/ Activités Numériques

### Exercice I

Soit $x$ le prix d'un sac de riz et
$y$ le prix d'un carton de savon.

On obtient le système suivant :

$$\begin{cases} 3x+5y=56500 \\ 8x+2y=77000 \end{cases}$$

Résolution du système (par combinaison)

$$\begin{array}{l} \times 2 \\ \times(-5) \end{array} \begin{cases} 3x+5y=56500 \\ 8x+2y=77000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6x+10y=113000 \\ -40x-10y=-385000 \end{cases}$$

$$-34x = -272000$$

$$x=\frac{-272000}{-34}$$

$$\underline{x=8000}$$

$$\begin{array}{l} \times 8 \\ \times(-3) \end{array} \begin{cases} 3x+5y=56500 \\ 8x+2y=77000 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 24x+40y=452000 \\ -24x-6y=-231000 \end{cases}$$

$$34y=221000$$

$$y=\frac{221000}{34}$$

$$\underline{y=6500}$$

Conclusion : Le prix d'un sac de riz est de 8000F et celui d'un carton de savon 6500F.

### Exercice 2

1) a) Développement, réduction et ordre

$$A(x)=(2x-5)^2-(-4x+1)^2$$
$$=(2x)^2-2\times2x\times5+5^2-\left((-4x)^2+2\times(-4x)\times1+1^2\right)$$
$$=4x^2-20x+25-(16x^2-8x+1)$$
$$=4x^2-20x+25-16x^2+8x-1$$
$$=25-1-20x+8x+4x^2-16x^2$$
$$\underline{A(x)=24-12x-12x^2}$$

$$B(x)=(x+2)(4x-3)-(x^2+4x+4)$$
$$=4x^2-3x+8x-6-x^2-4x-4$$
$$\underline{B(x)=-10+x+3x^2}$$

b) $A(x)$ et $B(x)$ sous forme d'un produit de facteur du 1er degré.

$$A(x)=(2x-5)^2-(-4x+1)^2$$
$$=\left[(2x-5)+(-4x+1)\right]\left[(2x-5)-(-4x+1)\right]$$
$$=(2x-5-4x+1)(2x-5+4x-1)$$
$$=(-2x-4)(6x-6)$$
$$=2\times6(-x-2)(x-1)$$
$$\underline{A(x)=12(-x-2)(x-1)=-12(x+2)(x-1)}$$

$$B(x)=(x+2)(4x-3)-(x^2+4x+4)$$
$$=(x+2)(4x-3)-(x+2)^2$$
$$=(x+2)(4x-3)-(x+2)(x+2)$$
$$=(x+2)\left[(4x-3)-(x+2)\right]$$
$$=(x+2)(4x-3-x-2)$$
$$\underline{B(x)=(x+2)(3x-5)}$$

c) Résolution de l'équation $B(x) = -10$

$$B(x) = -10 \Leftrightarrow -10 + x + 3x^2 = -10$$
$$\Leftrightarrow x + 3x^2 = -10 + 10$$
$$\Leftrightarrow x + 3x^2 = 0$$
$$\Leftrightarrow x(1+3x) = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } 1 + 3x = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ ou } x = \frac{-1}{3}$$

$$S = \left\{0 ; -\frac{1}{3}\right\}$$

2) a) $P(x)$ sous forme d'un produit de facteurs du 1er dégré

$$P(x) = \frac{1}{12}A(x) - B(x)$$

$$P(x) = \frac{1}{12} \times 12(-x-2)(x-1) - (x+2)(3x-5)$$
$$= (-x-2)(x-1) - (x+2)(3x-5)$$
$$= (x+2)(-x+1) - (x+2)(3x-5)$$
$$= (x+2)[(-x+1) - (3x-5)]$$
$$= (x+2)(-x+1-3x+5)$$
$$P(x) = (x+2)(-4x+6)$$

b) Résolution de l'inéquation $P(x) \geq 0$

$$P(x) \geq 0 \Leftrightarrow (x+2)(-4x+6) \geq 0$$

$$x + 2 = 0 \Leftrightarrow x = -2$$

$$-4x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$

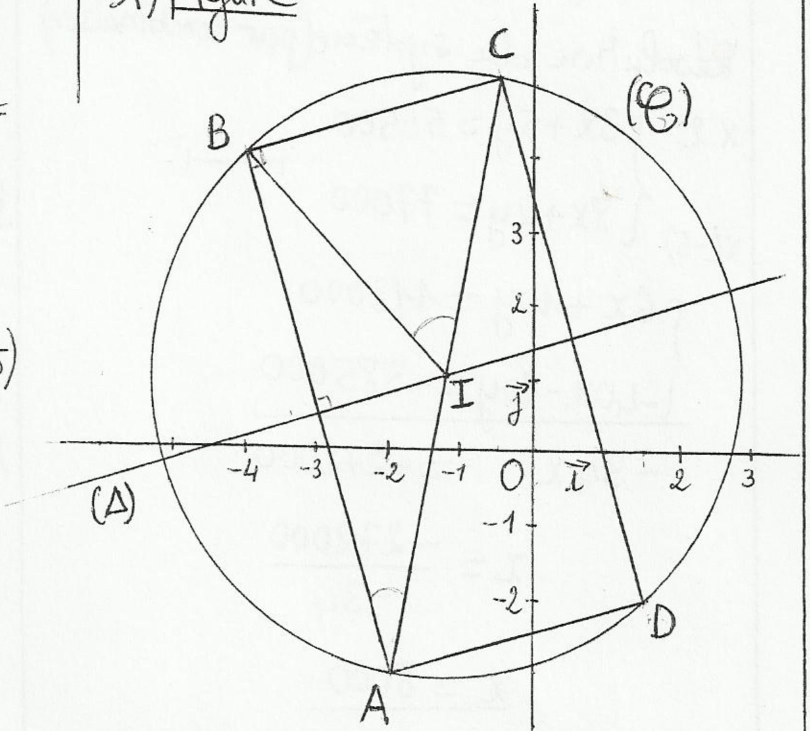
Tableau de signes

| $x$ | $-\infty$ | | $-2$ | | $\frac{3}{2}$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x+2$ | | $-$ | 0 | $+$ | | $+$ | |
| $-4x+6$ | | $+$ | | $+$ | 0 | $-$ | |
| $P(x)$ | | $-$ | 0 | $+$ | 0 | $-$ | |

$$S = \left[-2 ; \frac{3}{2}\right]$$

II/ Activités Géométriques

1) Figure




2) a) Coordonnées des vecteurs

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4-(-2) \\ 4-(-3) \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -4+2 \\ 4+3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}-(-4) \\ 5-4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}+4 \\ 1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} x_C - x_A \\ y_C - y_A \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}-(-2) \\ 5-(-3) \end{pmatrix} \Longleftrightarrow$

$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2}+2 \\ 5+3 \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \underline{\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 8 \end{pmatrix}}$

b) <u>Montrons que $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.</u> $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} \frac{7}{2} \\ 1 \end{pmatrix}$

On a : $-2\times\frac{7}{2}+7\times1=-7+7=0$ donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux.

c) <u>Nature du triangle ABC</u>

Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont orthogonaux donc le triangle ABC est rectangle en B.

3) <u>Une équation de la droite (AC)</u>

Soit $M(x;y)\in(AC)$. $\overrightarrow{AM}$ est colinéaire à $\overrightarrow{AC}$.

$\overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x-(-2) \\ y-(-3) \end{pmatrix} \Longleftrightarrow \overrightarrow{AM}\begin{pmatrix} x+2 \\ y+3 \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix} \frac{3}{2} \\ 8 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AM}$ et $\overrightarrow{AC}$ colinéaires entraine que :

$8(x+2)-\frac{3}{2}(y+3)=0 \Longleftrightarrow$

$8x+16-\frac{3}{2}y-\frac{9}{2}=0 \Longleftrightarrow$

$8x-\frac{3}{2}y+16-\frac{9}{2}=0 \Longleftrightarrow$

$8x-\frac{3}{2}y+\frac{23}{2}=0$ ou encore

$16x-3y+23=0$

donc $\underline{(AC): 16x-3y+23=0}$

4) a) <u>Construction de $(\Delta): 4x-14y+19=0$</u>

| $x$ | $0$ | $2$ |
|---|---|---|
| $y$ | $\frac{19}{14}$ | $\frac{27}{14}$ |

On a les points de coordonnées $\left(0;\frac{19}{14}\right)$ et $\left(2;\frac{27}{14}\right)$

Voir figure

b) <u>Montrons que $(\Delta)$ est la médiatrice du segment [AB].</u>

* <u>Montrons que $(\Delta)\perp(AB)$</u>

Un vecteur directeur de $(\Delta)$ est $\vec{u}\begin{pmatrix} 14 \\ 4 \end{pmatrix}$

Un vecteur directeur de (AB) est $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

On a : $14\times(-2)+4\times7=-28+28=0$

donc $\vec{u}$ et $\overrightarrow{AB}$ sont orthogonaux d'où $(\Delta)\perp(AB)$.

* <u>Montrons que $(\Delta)$ passe par le milieu du segment [AB].</u>

Soit K milieu de [AB].

$x_K=\frac{x_A+x_B}{2}=\frac{-2-4}{2}=\frac{-6}{2}=-3$ et

$y_K=\frac{y_A+y_B}{2}=\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$ donc

$K\left(-3;\frac{1}{2}\right)$. Vérifions que $K\in(\Delta)$.

On a : $4\times(-3)-14\times\frac{1}{2}+19=-12-7+19=0$

donc $K\in(\Delta)$ ou $(\Delta)$ passe par K.

<u>Conclusion :</u>

$(\Delta)$ est la médiatrice du segment [AB]

3) a) * <u>Coordonnées de I</u>

Comme ABC est rectangle en B alors I, le centre de $(\mathcal{C})$, est le milieu de l'hypothénuse [AC].

On a: $x_I = \frac{x_A + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_C}{2}$ $\longmapsto$

$x_I = \frac{-2 - \frac{1}{2}}{2} = \frac{-4-1}{4} = -\frac{5}{4}$ et

$y_I = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1$ donc $\underline{I\left(-\frac{5}{4}; 1\right)}$

* Le rayon R de $(\mathcal{C})$

On a: $R = AI = \sqrt{\left(-\frac{5}{4}+2\right)^2 + (1+3)^2}$

$= \sqrt{\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 4^2} = \sqrt{\frac{9}{16} + 16}$

$= \sqrt{\frac{265}{16}} = \frac{\sqrt{265}}{\sqrt{16}}$

$\underline{R = \frac{\sqrt{265}}{4}}$

b) Valeur de $\sin \widehat{BAC}$

ABC est rectangle en B.

$\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC}$

On a: $\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} 7/2 \\ 1 \end{pmatrix} \longmapsto BC = \sqrt{\left(\frac{7}{2}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{\frac{53}{4}}$

$BC = \frac{\sqrt{53}}{2}$

et $AC = 2 \times R = 2 \times \frac{\sqrt{265}}{4} = \frac{\sqrt{265}}{2}$

donc $\sin \widehat{BAC} = \frac{BC}{AC} = \frac{\sqrt{53}}{2} \times \frac{2}{\sqrt{265}}$

$= \frac{\sqrt{53}}{\sqrt{5} \times \sqrt{53}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

$\sin \widehat{BAC} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2{,}236} = 0{,}4472$

$\underline{\sin \widehat{BAC} = 0{,}4472}$

c) Mesure de $\widehat{BAC}$ à 1 degré près par défaut.

A partir du tableau, on a:

$0{,}4384 < 0{,}4472 < 0{,}4540 \longmapsto$

$\sin 26° < \sin \widehat{BAC} < \sin 27° \longmapsto$

$26° < \widehat{BAC} < 27°$ donc

$\underline{\widehat{BAC} = 26°}$ par défaut.

d) Mesure de $\widehat{BIC}$

I est le centre de $(\mathcal{C})$. $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BIC}$ sont des angles inscrits dans $(\mathcal{C})$.

$\widehat{BIC}$ est l'angle au centre associé à l'angle $\widehat{BAC}$ donc

mes $\widehat{BIC} = 2 \times$ mes $\widehat{BAC}$ $\longmapsto$

$\widehat{BIC} = 2 \times 26° \longmapsto \underline{\widehat{BIC} = 52°}$

6) a) Coordonnées de D.

ABCD est un parallélogramme si $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix} -\frac{1}{2} - x_D \\ 5 - y_D \end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} -2 \\ 7 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \longmapsto \begin{cases} -2 = -\frac{1}{2} - x_D \\ 7 = 5 - y_D \end{cases}$

$\longmapsto \begin{cases} -2 + \frac{1}{2} = -x_D \\ 7 - 5 = -y_D \end{cases}$

$\longmapsto \begin{cases} -\frac{3}{2} = -x_D \\ 2 = -y_D \end{cases} \longmapsto \begin{cases} x_D = \frac{3}{2} \\ y_D = -2 \end{cases}$

On a: $\underline{D\left(\frac{3}{2}; -2\right)}$

b) Nature exacte de ABCD.

ABCD est un parallélogramme. De plus $(AB) \perp (BC)$ donc ABCD est un rectangle ■